2017年度　埼玉県公立高校入試問題

50分
100点

（注）　別紙が１枚あります。この別紙は，計算したり，図をかいたりする場合に使ってかまいません。（別紙略）

答えに根号を含む場合は，根号をつけたままで答えなさい。

1　次の各問に答えなさい。

(1)　$10x - 7x$ を計算しなさい。

(2)　$(-2) \times 4 + 1$ を計算しなさい。

(3)　$9a^2 \div 3ab \times (-b)$ を計算しなさい。

(4)　$\sqrt{8} + \dfrac{2}{\sqrt{2}}$ を計算しなさい。

(5)　$x^2 - 13x + 36$ を因数分解しなさい。

(6)　連立方程式 $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ -2x + y = 4 \end{cases}$ を解きなさい。

(7)　2次方程式 $(x + 4)^2 - 5 = 0$ を解きなさい。

(8)　等式 $\ell = 2(a + b)$ を，b について解きなさい。

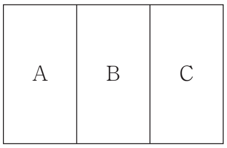
(9)　1500m の道のりを毎分 x m の速さで歩くとき，出発してから到着するまでにかかる時間を y 分とします。y を x の式で表しなさい。

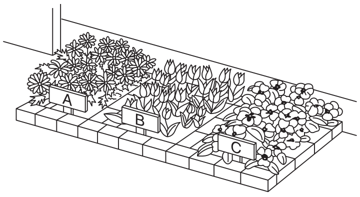
(10)　関数 $y = x^2$ について，x の変域を $a \leqq x \leqq a + 2$ とするとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 4$ となるような a の値を，次のア～オの中から**すべて**選び，その記号を書きなさい。

ア　-2　　イ　-1　　ウ　0　　エ　1　　オ　2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

⑾　右の図のような，A，B，C の 3 つの部分に仕切られた花だんがあります。この A，B，C の 3 つの部分に，それぞれマーガレット，チューリップ，パンジーのいずれかを植えます。

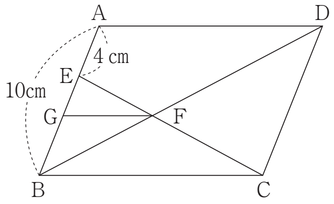




同じ種類の花を 2 つの部分に植えてもよいものとしますが，となり合った部分には異なる種類の花を植えるものとします。

このとき，植え方は全部で何通りあるか求めなさい。

⑿　右の図のように，AB = 10cm の平行四辺形 ABCD があります。辺 AB 上に，AE = 4 cm となる点 E をとり，線分 EC をひきます。線分 EC と対角線 BD との交点を F とし，点 F を通って辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を G とします。

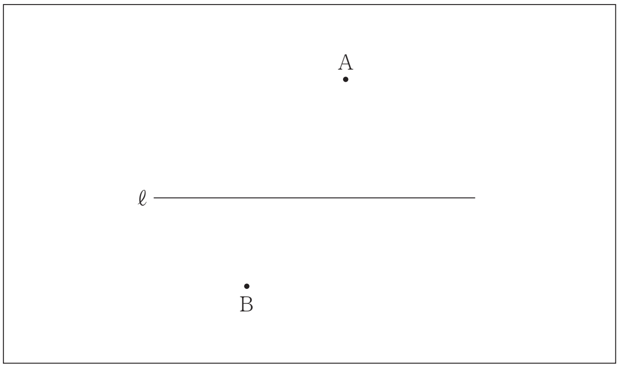


このとき，線分 EG の長さを求めなさい。

2　次の各問に答えなさい。

(1)　下の図のように，直線 ℓ と直線 ℓ 上にない 2 点 A，B があります。直線 ℓ 上に点 P をとるとき，$\angle APB = 90^\circ$ となる点 P は 2 つあります。この 2 つの点 P のうちの 1 つを，コンパスと定規を使って作図しなさい。

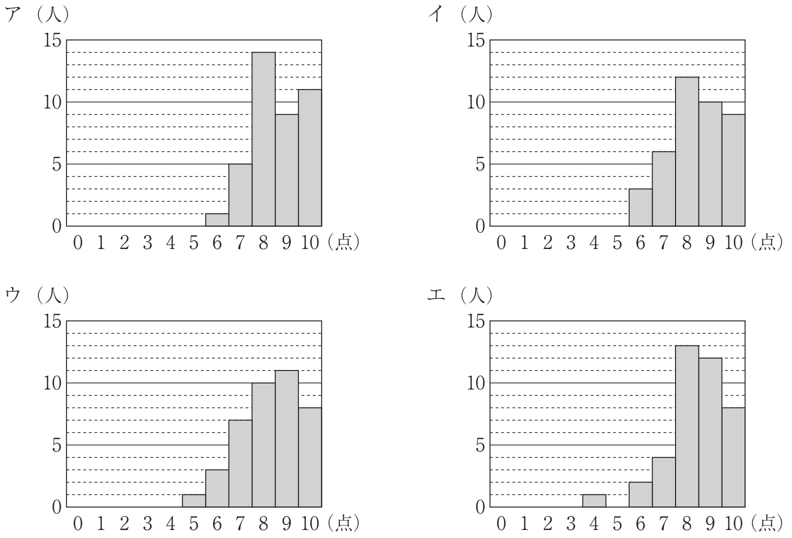
ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

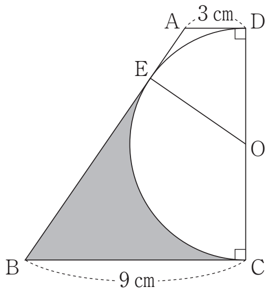
(2)　あるクラスの生徒 40 人に 10 点満点のテストを行ったところ，得点の最頻値が 8 点，中央値が 8.5 点，平均値が 8.4 点でした。

次のア～エの中から，このテストの得点分布を表したヒストグラムとして最も適切なものを 1 つ選び，その記号を書きなさい。



(3)　右の図の四角形 ABCD は，AD ∥ BC，∠C ＝ ∠D ＝ 90° の台形で，AD ＝ 3 cm，BC ＝ 9 cm です。この台形の辺 CD を直径として円 O をかくと，点 E で辺 AB と接します。このとき，図のかげ（▭）をつけた部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率は π とします。



(4)　下の図 1 は，1 辺の長さが 12cm の正方形から，かげ（▭）をつけた部分を切り取ってできる正四角柱の展開図です。この展開図を組み立てて，図 2 のような正四角柱をつくります。

この正四角柱の底面の 1 辺の長さが，高さの 2 倍になるとき，この正四角柱の高さを求めなさい。

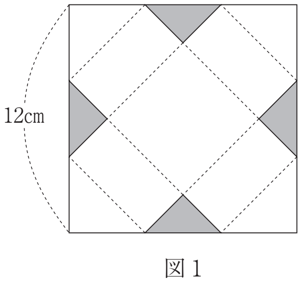


図 1

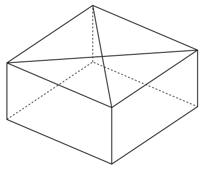


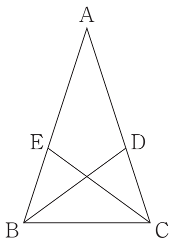
図 2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3 次の各問に答えなさい。

(1) AB = ACの二等辺三角形ABCにおいて，∠Bと∠Cの二等分線をひき，辺AC，ABとの交点を，それぞれD，Eとします。

△ABDと△ACEが合同であることを証明しなさい。



(2) 次は，先生，Aさん，Bさんの会話です。これを読んで，あとの①，②に答えなさい。

先　生「右の図のように，11から50までの自然数を並べます。この中で，11と13のように，『差が2である2つの素数』の組は全部で4組あります。残りの3組をすべて答えてください。」

⑪	12	⑬	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Aさん「［ア］です。」

先　生「そのとおりです。では，『差が2である2つの素数』の間にある自然数は，何の倍数ですか。」

Aさん「2の倍数だと思います。理由は，『差が2である2つの素数』はともに奇数だから，その間の数は必ず偶数になるからです。」

先　生「そうですね。その説明は，51以上の自然数でも成り立ちますね。」

Bさん「先生，私は3の倍数でもあると思います。」

Aさん「どうして，3の倍数なのですか。」

Bさん「11以上の自然数について，次のように説明できます。」

（説明）

［イ］

先　生「二人ともよく考えましたね。11以上の自然数について，『差が2である2つの素数』の間にある自然数は，2の倍数でもあり，3の倍数でもあるので，6の倍数でもあります。」

① ［ア］にあてはまる，『差が2である2つの素数』の組を書きなさい。

② ［イ］にあてはまる，『差が2である2つの素数』の間にある自然数は3の倍数である理由を説明しなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　右の図1で，曲線は関数 $y = ax^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が－2，4である2点A，Bをとり，この2点を通る直線 ℓ をひきます。直線 ℓ が y 軸と点C(0，2)で交わるとき，次の各問に答えなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを1cmとします。

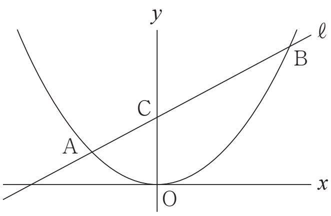


図1

(1)　△OBCの面積を求めなさい。

(2)　a の値を求めなさい。

(3)　右の図2のように，x 軸上の $0 \leqq x \leqq 4$ の範囲に点Pをとり，点Pを通って y 軸に平行な直線 m をひきます。直線 m と直線 ℓ との交点をD，直線 m と線分OBとの交点をEとします。

△OABと△BDEの面積の比が4：1のとき，点Pの x 座標を途中の説明も書いて求めなさい。その際，図を用いて説明してもよいものとします。

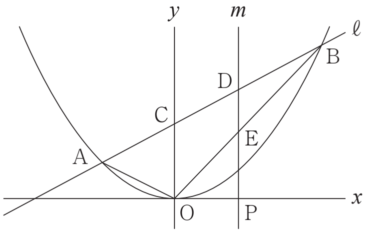


図2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2017年度　埼玉県公立高校入試問題

1　(1) $3x$　(2) -7　(3) $-3a$　(4) $3\sqrt{2}$　(5) $(x-4)(x-9)$　(6) $(x=)-1$　$(y=)2$

(7) $(x=)-4\pm\sqrt{5}$　(8) $(b=)\dfrac{\ell}{2}-a$　$\left((b=)\dfrac{\ell-2a}{2}\text{でも可}\right)$　(9) $(y=)\dfrac{1500}{x}$

(10) ア・ウ　(11) 12（通り）　(12) $\dfrac{9}{4}$ (cm)

≪解説≫

(1) 与式$=(10-7)\times x=3x$

(2) 与式$=-8+1=-7$

(3) 与式$=-\dfrac{9a^2\times b}{3ab}=-3a$

(4) 与式$=\sqrt{2^3}+\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(5) 和が-13，積が36の2数は，-4と-9だから，与式$=(x-4)(x-9)$

(6) 与式を順に①，②とする。①−②×3より，$11x=-11$　よって，$x=-1$　これを②に代入して，$-2\times(-1)+y=4$より，$y=2$

(7) $(x+4)^2=5$より，$x+4=\pm\sqrt{5}$　よって，$x=-4\pm\sqrt{5}$

(8) 両辺を2で割って，$\dfrac{\ell}{2}=a+b$　よって，$b=\dfrac{\ell}{2}-a$

(9) 時間$=\dfrac{\text{道のり}}{\text{速さ}}$の関係だから，$y=\dfrac{1500}{x}$

(10) $y=x^2$において$y=4$となるのは，$4=x^2$より，$x=-2$，2のときなので，$-2\leqq x\leqq 0$，または，$0\leqq x\leqq 2$のとき，$0\leqq y\leqq 4$となる。よって，$a=-2$，または，$a=0$

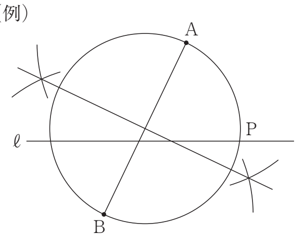
(11) マーガレットを「マ」，チューリップを「チ」，パンジーを「パ」とすると，条件を満たすような植え方の順序は，(A，B，C)＝(マ，チ，パ)，(マ，パ，チ)，(チ，マ，パ)，(チ，パ，マ)，(パ，マ，チ)，(パ，チ，マ)，(マ，チ，マ)，(チ，マ，チ)，(マ，パ，マ)，(パ，マ，パ)，(チ，パ，チ)，(パ，チ，パ)の12通り。

(12) $\text{EB}=10-4=6$ (cm)，EB∥DCより，EF：FC＝EB：CD＝6：10＝3：5　GF∥BCより，EG：GB＝EF：FC＝3：5だから，$\text{EG}=\text{EB}\times\dfrac{3}{3+5}=6\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{9}{4}$ (cm)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　(1)（右図）　(2) エ　(3) $27\sqrt{3}-9\pi$ (cm^2)　(4) $2\sqrt{2}$ (cm)

（例）

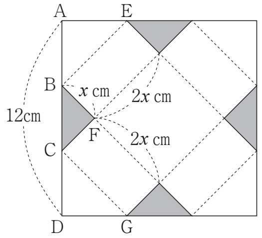


≪解説≫

(1) 線分 AB を直径とする円周上に点 P があるとき，∠APB = 90° となる。よって，右図のように，AB の垂直二等分線をひいて AB の中点をとり，その中点が中心で直径が AB の円と ℓ との交点を P とすればよい。

(2) 最頻値が 8 点になっているのはア，イ，エ。中央値が 8.5 点より，得点を小さい順に並べて，20 番目が 8 点，21 番目が 9 点になっているのはアとエ。アの平均値は，$(6\times1+7\times5+8\times14+9\times9+10\times11)\div40=8.6$（点）　エの平均値は，$(4\times1+6\times2+7\times4+8\times13+9\times12+10\times8)\div40=8.4$（点）　よって，エが適切といえる。

(3) O と A を結ぶと，△OAD と△OAE で，OA が共通，OD = OE，∠ODA = ∠OEA = 90° より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺が等しいから，△OAD ≡ △OAE　同様に，O と B を結ぶと，△OBC ≡ △OBE　これより，AE = AD = 3 cm，BE = BC = 9 cm だから，AB = 3 + 9 = 12 (cm)　A から BC に垂線 AH を下ろすと，BH = 9 − 3 = 6 (cm) より，AB : BH = 12 : 6 = 2 : 1 となるから，△ABH は 30°，60° の角をもつ直角三角形で，$AH=\sqrt{3}BH=6\sqrt{3}$ (cm)　よって，$OC=OE=\dfrac{1}{2}AH=3\sqrt{3}$ (cm) だから，四角形 OEBC = 2△OBC = $2\times\left(\dfrac{1}{2}\times9\times3\sqrt{3}\right)=27\sqrt{3}$ (cm^2)　また，四角形 OEBC の内角の和より，∠COE = 360° −(90° × 2 + 60°) = 120° だから，おうぎ形 OCE = $\pi\times(3\sqrt{3})^2\times\dfrac{120}{360}=9\pi$ (cm^2)　以上より，かげをつけた部分の面積は，四角形 OEBC − おうぎ形 OCE = $27\sqrt{3}-9\pi$ (cm^2)



(4) 正四角柱の高さを x cm とすると，底面となる正方形の 1 辺の長さは $2x$ cm と表せる。右図において，△ABE，△BCF，△CDG はすべて直角二等辺三角形だから，$AB=CD=\dfrac{2x}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}x$ (cm)，$BC=\sqrt{2}x$ cm　よって，$AD=\sqrt{2}x+\sqrt{2}x+\sqrt{2}x=3\sqrt{2}x$ (cm) だから，$3\sqrt{2}x=12$ より，$x=2\sqrt{2}$

3　(1)（証明）△ABD と△ACE において，仮定より，AB = AC……(i)　∠A は共通……(ii)　また，$\angle ABD=\dfrac{1}{2}\angle B$，$\angle ACE=\dfrac{1}{2}\angle C$　△ABC は二等辺三角形だから，∠B = ∠C　よって，∠ABD = ∠ACE……(iii)　(i)，(ii)，(iii)より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△ABD ≡ △ACE

(2) ① 17（と）19　29（と）31　41（と）43　②（例）連続する 3 つの自然数の中には 3 の

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

倍数が必ず1つある。「差が2である2つの素数」はともに3の倍数ではないから，その間の数が3の倍数となる。

≪解説≫

(2) ① 11から50までの素数は，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47。このうち，差が2であるのは，11と13，17と19，29と31，41と43。

4 (1) 4 (cm^2)　(2) ($a =$) $\frac{1}{4}$　(3) $4 - \sqrt{6}$

≪解説≫

(1) $\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ (cm^2)

(2) $y = ax^2$ に，$x = -2$ を代入して，$y = a \times (-2)^2 = 4a$，$x = 4$ を代入して，$y = a \times 4^2 = 16a$ だから，A (-2, $4a$)，B (4, $16a$)　3点A，C，Bは一直線上にあり，ACの傾きとCBの傾きは等しくなるから，$\frac{2 - 4a}{0 - (-2)} = \frac{16a - 2}{4 - 0}$　整理して，$1 - 2a = 4a - \frac{1}{2}$　これを解いて，$a = \frac{1}{4}$

(3) A (-2, 1)，B (4, 4)，直線 ℓ の傾きは，(2)より，$1 - 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ となるから，直線 ℓ の式は $y = \frac{1}{2}x + 2$　直線OBの式は $y = x$ だから，Pの x 座標を p とおくと，$D\left(p, \frac{1}{2}p + 2\right)$，E ($p$, p) と表せる。ここで，$\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + 4 = 6$ だから，$\triangle BDE = 6 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$　また，$DE = \frac{1}{2}p + 2 - p = 2 - \frac{1}{2}p$ だから，$\triangle BDE$ の面積をDEを底辺として表すと，$\frac{1}{2} \times \left(2 - \frac{1}{2}p\right) \times (4 - p) = \frac{1}{4}p^2 - 2p + 4$　よって，$\frac{1}{4}p^2 - 2p + 4 = \frac{3}{2}$ が成り立つ。整理して，$p^2 - 8p + 10 = 0$　解の公式より，$p = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 10}}{2 \times 1} = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{2} = 4 \pm \sqrt{6}$　$0 \leqq p \leqq 4$ より，$p = 4 - \sqrt{6}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。